Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2000/2001 10. évfolyam 1. kategória 1. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Határozza meg az összes olyan pozitív egész számot, amelyre

$$1!+2!+3!+...+n!$$

egy egész szám négyzete! ($n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot ...\cdot n$, azaz 1-tõl n-ig az egész számok szorzata, ha $n>1$, egész és $1!=1$.)

2. feladat

Bizonyítsuk be, hogy ha tetszõleges négy egymást követõ pozitív egész szám szorzatához

a) 2000-et hozzáadunk,

b) 2001-et hozzáadunk,

akkor az eredmény sem prímszám, sem pedig négyzetszám nem lehet!

3. feladat

Legyen e az ABC háromszög S súlypontján áthaladó, a csúcsok egyikét sem tartalmazó egyenes. Bizonyítsuk be, hogy az e egyenes azonos oldalán lévõ csúcsok e-tõl mért távolságainak összege megegyezik a harmadik csúcsnak az e egyenestõl mért távolságával!

4. feladat

Határozza meg a k paraméter értékét úgy, hogy a

$$4x^4-(4k+13)x^2+(9k+9)=0$$

egyenlet valós gyökeit növekvõ sorrendben felírva mindhárom szomszédos gyökpár különbsége ugyanannyi legyen!

5. feladat

Egy háromszög alapú gúla éleire olyan pozitív egész számokat írtunk, amelyekre igaz, hogy bármelyik csúcsba futó három élre írt számok összege ugyanakkora. Hányféle lehet a gúla éleire írt számok összege, ha az élekre írt számok szorzata 3600?