

# Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

## 2005/2006 10. évfolyam 1. kategória 2. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

### 1. feladat

Oldjuk meg az egész számok halmazán a  $(\sqrt{2} - 1)^6 = \sqrt{m} - \sqrt{m-1}$  egyenletet!

### 2. feladat

Igazoljuk, hogy ha egy derékszögű háromszög súlyvonaláiból - mint oldalakból - derékszögű háromszög szerkeszthető, akkor a szerkesztett háromszög hasonló az eredeti háromszöghöz.

### 3. feladat

Milyen  $n$  pozitív egész esetén oldható meg az alábbi egyenletrendszer:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ xyz &= 2^n \end{aligned} \quad \text{ha } x, y, z \in \mathbb{Z}?$$

### 4. feladat

Válasszunk ki egy kocka csúcsai közül az összes lehetséges módon hármat, és tekintsük a csúcsok által meghatározott háromszögeket! Mekkora a kapott derékszögű háromszögek számának és az összes háromszög számának aránya?