

# Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

## 2005/2006 9. évfolyam 3. kategória 2. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

### 1. feladat

Aladár és Béla a következő játékot játsszák. Felváltva mondanak egy-egy pozitív egész számot, azzal a megkötéssel, hogy a kimondott szám mindig kisebb, de legalább fele akkora legyen, mint az előzőleg elhangzott szám. Az győz, aki először mondja ki az 1-et. Aladár a 2006-os számmal kezdi a játékot. Mit kell erre mondania Bélának, ha azt akarja, hogy biztosan nyerjen?

### 2. feladat

Adott egy egységsugarú kör. Tekintsük azokat a körbe írható 2006-szögeket, melyek belsejükben tartalmazzák a kör középpontját. Bizonyítsuk be, hogy minden ilyen sokszög kerülete nagyobb, mint 4 egység!

### 3. feladat

Igazolja, hogy ha a  $p$  és a  $q$  pozitív egész számokra fennáll a  $p^{q^p} = q^{p^q}$  egyenlőség, akkor  $p=q$ .