

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2011/2012-es tanév

kezdők I–II. kategória II. forduló

kezdők III. kategória I. forduló

Feladatok

1. Mekkora az az n , amelyre igaz, hogy n egymást követő kétjegyű szám között mindig van olyan, amelyik osztható a számjegyeinek összegével. (6 pont)

2. Határozza meg azt a legkisebb n pozitív egész számot, amelyre igaz, hogy n egymást követő kétjegyű szám között mindig van olyan, amelyik osztható a számjegyeinek összegével. (6 pont)

3. Az O középpontú, $AB = 2r$ átmérőjű félkörön felvesszük egymás után a C és a D pontokat úgy, hogy az AC és a CD húrok hossza egyaránt a és a DB húr hossza x . Bizonyítsa be, hogy ha a és r mérőszáma racionális szám, akkor x mérőszáma is racionális szám! (8 pont)

4. Egy 4×4 -es táblázat minden mezőjében kezdetben a 0 szám áll. Egy-egy lépésben a tábla valamely 2×2 -es részletében a számok mindegyikét 1-gyel megnöveljük. Megkaphatjuk-e ilyen lépésekkel az alábbi kitöltéseket?

a)

3	7	6	2
8	14	10	5
8	11	9	7
3	4	5	4

b)

3	7	6	2
8	14	9	5
8	9	10	7
3	4	5	4

c)

3	7	6	2
8	14	11	5
8	11	10	7
3	4	5	4

(10 pont)

5. Tegyük fel, hogy p és d pozitív egész számok, amelyekre a $p, p + d, p + 2d, \dots, p + 10d$ számok mindegyike prímszám. Bizonyítsa be, hogy ekkor d értéke legalább 210. (10 pont)