

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2012/2013-as tanév

kezdők I–II. kategória II. forduló

kezdők III. kategória I. forduló

Feladatok

1. Egy osztályban minden diák jár a háromféle szakkör valamelyikére: 17-en matematikára, 13-an fizikára és 11-en kémiára. Azok száma, akik pontosan kétféle szakkörre járnak éppen négyszerese azok számának, akik mindhárom szakkörön részt vesznek. Hányan járnak mindhárom szakkörre és mennyi az osztálylétszám, ha az osztályba járó fiúk egyharmad része szemüveges, valamint a nem szemüveges fiúk száma egyenlő a lányok számával? (6 pont)

2. Van 6-6 piros és zöld matricánk, melyeken az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számok találhatóak mindkét szín esetében. Felragasztottuk valahogyan a piros matricákat egy kocka 6 oldalára. Ezt követően a zöld matricákat is felragasztjuk egy-egy oldalra. Ezután a kocka minden egyes csúcsára ráírjuk, hogy mennyi a csúcsot tartalmazó kockalapokon lévő 3 piros és 3 zöld szám összege. A zöld matricák akkor lettek helyesen felragasztva, ha az összes csúcsra ugyanaz a szám került. Hogyan ragaszthattuk fel a piros matricákat, ha az derül ki, hogy a zöld matricák felragasztására pontosan 6-féle helyes módszer van? Adjunk meg legalább egy megoldást! (6 pont)

3. Határozzuk meg azokat a lineáris $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ ($x \in \mathbb{R}$) függvényeket, melyekre

$$F(x) = |f(x)| - |g(x)| + h(x) = \begin{cases} -1, & \text{ha } x < -1, \\ 3x + 2, & \text{ha } -1 \leq x < 0, \\ -2x + 2, & \text{ha } 0 \leq x. \end{cases} \quad (8 \text{ pont})$$

4. Tudjuk, hogy $n = 2^{30} \cdot 3^{20}$. Hány olyan pozitív osztója van az n^2 számnak, mely kisebb n -nél és nem osztója n -nek? (10 pont)

5. Az ABC egyenlő szárú háromszög derékszögű csúcsa C . Az AC befogón felvesszük az E és F pontokat úgy, hogy $CE = FA$ teljesüljön! Legyen Q pont a C csúcsból a BE -re bocsátott merőleges talppontja, míg R a CQ egyenes és az AB átfogó metszéspontja! Határozzuk meg, hogy a CRF felezője mekkora szöveget zár be a BC befogó egyenesével! (10 pont)