

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2014/2015-ös tanév
2. forduló
Haladók I. kategória

Feladatok

1. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$x^3 - [x] = 3.$$

($[x]$: az x valós szám egész része. Az x valós szám egész részén azt a legnagyobb egészet értjük, amely nem nagyobb x -nél. Ez magával x -szel egyenlő, ha x egész.)

2. Az $ABCD$ négyzet A csúcsán átmenő egyenes a DC oldalt E , a BC oldal meghosszabbítását F pontban metszi. Bizonyítsuk be, hogy

$$\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AB^2}.$$

3. A 49 szám két számjegye közé beírjuk a 48 számot, majd a belső 4-es és 8-as közé újra beírjuk a 48-at, majd ezt néhányszor megismételjük (44...48...89). Igaz-e, hogy így mindig négyzetszámot kapunk?

4. Egy téglalest élleinek mérőszámai egészek. A téglalest térfogatának, fél felszínének, és az egy csúcsból kiinduló élek hosszának mérőszámaikat összeadva 2014-et kapunk. Mekkora a téglalap élei?