Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

1999/2000 10. évfolyam 1. kategória 2. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Határozzuk meg az

$$\left||x+1|+|x-2|-x^2\right|=2$$

egyenletet kielégítõ valós x értékeket!

2. feladat

Határozzuk meg azt a legkisebb törtet, amelynek számlálója és nevezõje is pozitív egész szám, a tört és a tört négyzetének összege nagyobb, mint 6, továbbá számlálójának és nevezõjének összege kisebb, mint 100.

3. feladat

Legyen az ABC háromszög A csúcsból induló szögfelezõje AK, B csúcsból induló szögfelezõje BL (K a BC oldalra, L az AC oldalra illeszkedik). A szögfelezõk metszéspontja legyen O.

Bizonyítsuk be, hogy ha $OK=OL$, akkor a háromszögnek vagy van 60^{o} -os szöge, vagy egyenlõ szárú.

4. feladat

Bizonyítsuk be, hogy 2000 darab páratlan pozitív egész szám reciprokának összege nem lehet 1, de van olyan 2000 darab páronként különbözõ pozitív egész szám, amelyek reciprokának összege 1.