

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2003/2004 10. évfolyam 2. kategória 2. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Az ABC derékszögű háromszög átfogója 6 egység hosszú. Az AC befogó C csúchhoz közelebbi harmadolópontja D , a BC befogó B csúchhoz közelebbi harmadolópontja pedig E . Ha az A, B, E, D pontok egy körön vannak, akkor mekkora a négyszög köré írható kör sugara?

2. feladat

Oldjuk meg a $\sqrt{2p-x} - \sqrt{x-p} = p-2$ egyenletet, ahol a p paraméter értéke egész szám.

3. feladat

Az ABC háromszög A csúcsánál 60° -os szög van. Legyen BCE és ACF a BC , illetve AC oldal fölé kifelé rajzolt szabályos háromszög. Legyen továbbá D az AC oldalnak az a pontja, amelyre az ABD háromszög szabályos. Bizonyítsuk be, hogy ekkor a $CEDF$ négyszög paralelogramma.

4. feladat

Oldjuk meg az egész számok halmazán a következő egyenletrendszer:

$$x^2+y^2+z^2=u^2+1$$

$$xy+yz+zx=u$$

$$x+y=u-1$$