

# Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

## 2004/2005 10. évfolyam 2. kategória 2. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

### 1. feladat

Kincskereső műszerünk hatósugara  $d$  méter. (A műszer  $d$  sugarú környezetében lévő kincs jelenlétét jelzi ki.) A kincs egy  $ABC$  háromszög belsejében lehet. A háromszög oldalai  $AB=30$  m,  $BC=40$  m,  $CA=50$  m. Csak a háromszög határán mozoghatunk.

Legalább mekkora  $d$  esetén lehetünk biztosak abban, hogy észleljük a kincs jelenlétét, bárhol is van elásva?

### 2. feladat

Adott 17 darab pozitív egész szám, amelyek prímosztói a pozitív  $p, q, r, s$  prímszámok közül kerülnek ki. Bizonyítsuk be, hogy a 17 szám közül kiválasztható két olyan, amelyek szorzata négyzetszám.

### 3. feladat

Igazoljuk, hogy egy egységélű kocka felületén van olyan pont, melyből a felület bármely másik pontja legfeljebb 2 egység hosszú úton elérhető, ha csak a kocka felületén haladhatunk!

### 4. feladat

Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\frac{1}{(1 + \sqrt{1 + \sqrt{x}})^4} + \frac{1}{(1 - \sqrt{1 + \sqrt{x}})^4} + \frac{2}{(1 + \sqrt{1 + \sqrt{x}})^3} + \frac{2}{(1 - \sqrt{1 + \sqrt{x}})^3} = 0.$$