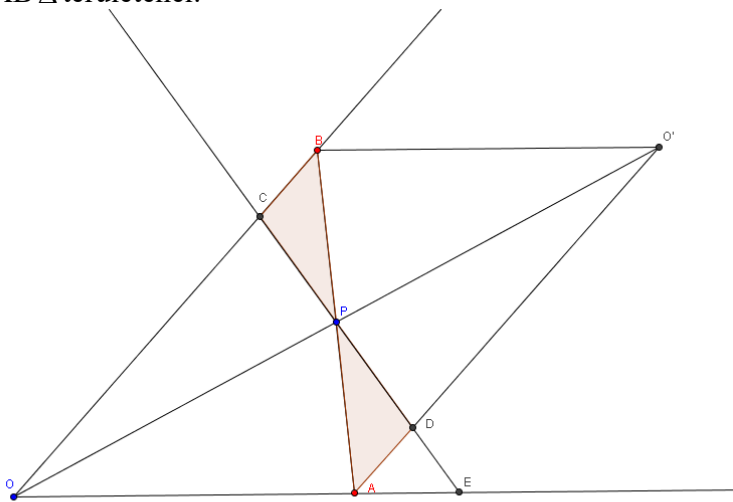


1. Igazolja, hogy  $9^n + 8^n + 7^n + 6^n - 4^n - 3^n - 2^n - 1^n$  bármely természetes szám esetén osztható 10-zel!

Mo: 4 páratlan szám van, így osztható 2-vel az összeg;  
5-tel oszthatók a  $9^n - 4^n$ ;  $8^n - 3^n$ ;  $7^n - 2^n$ ;  $6^n - 1^n$  különbségek.

2. Adott egy hegyesszögű tartomány belsejében a P pont. Szerkesszen P-n át olyan egyenest, amely mind a két szögcsarát metszi és a szögtartományból a legkisebb területű háromszöget metszi ki!

Mo: A P kú,  $OA O'B$  paralelogramma AB átlója a megoldás. A PCB és a PAD háromszögek egybevágók, így az  $ADE \Delta$  területével lesz nagyobb az  $OCE \Delta$  területe az  $OAB \Delta$  területénél.



3. Igazolja, hogy ha az  $x$  valós számra  $3 \leq x \leq 16$ , akkor

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{2x-6} + \sqrt{49-3x} \leq 12.$$

Mo:  $x+5 = 2x-6 = 49-3x$  egyszerre  $x=11$ -re; számtani és négyzetes közép közötti egyenlőtlenség a mindhárom nemnegatív tagra:

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{2x-6} + \sqrt{49-3x} \leq 3\sqrt{\frac{x+5+2x-6+49-3x}{3}} = 12$$