Bolyai János

Matematikai Társulat

Oktatási és Kulturális Minisztérium
Támogatáskezelő Igazgatósága
támogatásával

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2006/2007-es tanév
2. (döntő) forduló
haladók III. kategória

Feladatok

1. Jelölje a_n a $\binom{2n}{1}, \binom{2n}{3}, \binom{2n}{5}, \dots, \binom{2n}{2n-1}$ számok legnagyobb közös osztóját! Mennyit ér az $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2007}\}$ halmaz legnagyobb eleme?

2. Tekintsük azokat a háromszögeket, amelyeknek oldalai $n-1, n, n+1$, ahol n 2-nél nagyobb egész szám! Ha t_n jelöli az egyes háromszögek területét, akkor bizonyítsuk be, hogy a $\{t_n\}$ sorozat bármely tagjának végtelen sok egész számú többszöröse is tagja a sorozatnak.

3. Az ABC hegyesszögű háromszög súlypontja S, az AB és AC oldalak felezőpontja X és Y. Tudjuk, hogy az AXY és BCS háromszögek köréírt köre érinti egymást. Bizonyítsuk be, hogy az ABC háromszög magasságpontját és köréírt körének középpontját összekötő szakasz merőleges az A-ból induló súlyvonalra!

Az eredményhirdetést 2007. június 1-jén (pénteken) 13.00 órai kezdettel tartjuk az MTA Rényi Alfréd MKI Nagytermében (Budapest, V. ker., Reáltanoda u. 13–15.).