

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2006/2007-es tanév

3. (döntő) forduló

kezdők I. kategória

Feladatok

1. Egy háromszög oldalai cm-ben mérve egész számok. Egyik oldala 2007 cm, a másik kettő legfeljebb ekkora. Hány ilyen háromszög van?

2. Egy négyzetrácsot 11 vízszintes és 11 függőleges vonal határoz meg. A vonalak metszéspontjai közül kijelölünk 20 pontot és bármelyik kettőt szakasszal kötünk össze. Mutassa meg, hogy e szakaszok között van négy azonos hosszúságú!

3. Legyen $A := x^{10}(y^5 - z^5) + y^{10}(z^5 - x^5) + z^{10}(x^5 - y^5)$. Igazolja, hogy ha x , y és z 11-gyel nem osztható pozitív egész számok, akkor $|A|$ osztható 11-gyel!