

## Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2010/2011-es tanév

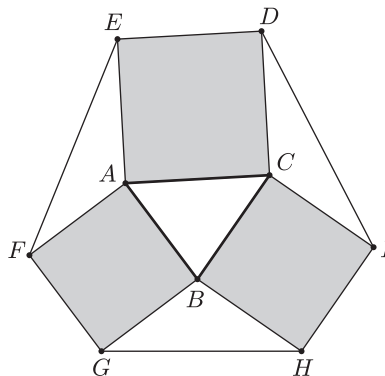
2. forduló

haladók II. kategória

### Feladatok

1. Egy sportversenyen 15 csapat vett részt, és minden csapat minden csapattal egyszer mérkőzött. A győzelemért 3, a döntetlenért 2, a vereségért 1 pont járt. A verseny végén minden csapatnak más volt a pontszáma, az utolsó 21 pontot szerzett. Bizonyítsuk be, hogy a legtöbb pontot gyűjtött csapat legalább egyszer döntetlenül mérkőzött!

2. Az  $ABC$  háromszög oldalaira kifelé négyzeteket írunk. A négyzetek területe 18, 20 és 26 egység. Ezután összekötjük az ábra szerint a négyzetek „külső” csúcsait. Mekkora az így keletkezett  $DEFGHI$  hatszög területe?



3. Mekkora a területe annak a sokszögnek, amelyet az alábbi egyenletrendszer gyökei határoznak meg a derékszögű koordináta-rendszerben?

$$\left. \begin{array}{l} xy + x + y = 11 \\ x^2y + xy^2 = 30 \end{array} \right\}$$

4. A valós számok halmazán értelmezett  $f(x) = ax^2 + bx + c$  másodfokú függvénynek minimuma van, melynek értéke  $-a$ . Az  $f(x)$  függvényre bármely  $x$  érték esetén  $f(x) = f(1-x)$  teljesül. Adjuk meg az  $f(x)$  függvény zérushelyeit!