

# Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

## 1999/2000 10. évfolyam 2. kategória 3. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgálató Intézmény Pedagógiai Központ

### 1. feladat

Milyen maradékot ad 72-vel osztva a  $p$  prímszám, ha  $p=n^2+2n+3$  alakú, ahol  $n$  természetes szám?

### 2. feladat

Egy raktárban az árukészletet legfeljebb 1 tonnás csomagokban tárolják. Van egy 1 és egy 2 tonnás teherautónk. Szerződést akarunk kötni, amelyben vállaljuk, hogy egy fuvarral legalább  $M$  tonna árut szállítunk el. Mekkora  $M$  legnagyobb értéke?

### 3. feladat

Az egységnyi átfogójú  $ABC$  derékszögű háromszög oldalaira  $AC < BC < AB$  teljesül. Rajzoljuk meg az  $A$  ponton átmenő, a  $BC$  egyenest  $B$ -ben érintő kört, majd a  $B$  ponton átmenő, a  $CA$  egyenest  $C$ -ben érintő kört, végül pedig a  $C$  ponton átmenő és az  $AB$  egyenest az  $A$ -ban érintő kört.

a) Igazoljuk, hogy a három körnek van közös pontja!

b) A közös pontot  $P$ -vel jelölve, mutassuk meg, hogy

$$\frac{11}{16} < PA^2 + PB^2 + PC^2 < 1.$$