

Language: Hungarian

Day: 1



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

2013. április 10., szerda

1. feladat. Az ABC háromszög BC oldalát meghosszabbítjuk C -n túl D -ig úgy, hogy $CD = BC$ legyen. CA -t meghosszabbítjuk A -n túl E -ig úgy, hogy $AE = 2CA$ legyen.

Bizonyítsuk be, hogy ha $AD = BE$, akkor az ABC háromszög derékszögű.

2. feladat. Határozzuk meg az összes olyan m egészt, melyre az $m \times m$ -es négyzet szétvágható öt téglalapra úgy, hogy ezek oldalhosszai az $1, 2, 3, \dots, 10$ egészek valamilyen sorrendben.

3. feladat. Legyen n pozitív egész.

(a) Bizonyítsuk be, hogy létezik olyan $6n$ páronként különböző pozitív egészből álló S halmaz, melynek bármely két elemének legkisebb közös többszöröse nem nagyobb $32n^2$ -nél.

(b) Bizonyítsuk be, hogy minden $6n$ páronként különböző pozitív egészből álló T halmaznak van két olyan eleme, melyek legkisebb közös többszöröse több, mint $9n^2$.