

# Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

## 2000/2001 9. évfolyam 3. kategória 2. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

### 1. feladat

Határozza meg az  $x^4 - 15x^2 - 18x$  kifejezés legkisebb értékét, ha  $x$  valós szám!

### 2. feladat

Az  $ABC$  háromszög területe  $t$ , beírt körének sugara  $r$ . Az  $A$  csúcsból induló két oldalt és a beírt kört kívülről érintő kör sugara  $r_a$ , a  $B$  csúcsból induló két oldalt és a beírt kört kívülről érintő kör sugara  $r_b$ , a  $C$  csúcsból induló két oldalt és a beírt kört kívülről érintő kör sugara  $r_c$ . A beírt kör és a másik három kör közös belső érintője egy-egy kis háromszöget vág le az  $ABC$  háromszögből, amelyek területe rendre  $t_a, t_b, t_c$ . Igazolja, hogy

$$\frac{t_a}{r_a} + \frac{t_b}{r_b} + \frac{t_c}{r_c} = \frac{t}{r}$$

### 3. feladat

Mi lehet a pozitív egész értékű szigorúan monoton növekvő sorozat, ha  $a_2=2$ , továbbá relatív prím  $m$  és  $n$  esetén  $a_{m \cdot n} = a_m \cdot a_n$ ?