

T

Arany Dániel Matematika Verseny 2002-2003. Kezdők, első forduló I-II-III. kategória

1. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$\left| \frac{x+1}{x} \right| > p,$$

ahol p valós paramétert jelent!

(6 pont)

2. Határozza meg azokat a (pozitív) p prímszámokat, amelyekre $p^2 + 12p + 2$ is prímszám!

(6 pont)

3. Igazolja, hogy ha egy téglatest összes élének mérőszámát összeadjuk és ezt az összeget a felszínének a mérőszámával megszorozzuk, akkor a térfogata mérőszámának negyvenszeresénél nagyobb értéket kapunk!

(8 pont)

4. Kössük össze az $ABCD$ négyzet A csúcsát a négyzet belsejében fekvő E ponttal, amelyre $AB = BE$. Jelölje a CE szakasz felezőmerőlegesének és az AE egyenesnek a metszéspontját P . Igazolja, hogy P illeszkedik a négyzet körülírt körére! (10 pont)

5. Igazolja a következő egyenlőtlenséget (ahol a nevező mindig 10-zel nő)!

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{13} + \frac{1}{23} + \dots + \frac{1}{2003} > \frac{2}{3}$$

(10 pont)