

## Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

### 2004/2005 10. évfolyam 1. kategória 2. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

#### 1. feladat

Kincskereső műszerünk hatósugara  $d$  méter. (A műszer  $d$  sugarú környezetében lévő kincs jelenlétét jelzi ki.) A kincs egy  $ABC$  háromszög belsejében lehet. A háromszög oldalai  $AB=30$  m,  $BC=40$  m,  $CA=50$  m. Csak a háromszög határán mozoghatunk.

Legalább mekkora  $d$  esetén lehetünk biztosak abban, hogy észleljük a kincs jelenlétét, bárhol is van elásva?

#### 2. feladat

Az  $a, b, c$  páronként különböző pozitív egész számokra  $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a + b}{b + c}$  teljesül. Igazoljuk, hogy ekkor az  $ax + cy = b^2$  egyenletnek mindig van pozitív egész számokból álló  $(x; y)$  megoldása.

#### 3. feladat

Tekintsük azokat a legalább kétjegyű tízes számrendszerbeli számokat, amelyeknek első számjegye 1, a többi pedig mind egyforma, de nem 0. Ezek között a számok között hány négyzetszám van?

#### 4. feladat

Oldjuk meg az egész számok halmazán az alábbi egyenletet  $a$  és  $b$  ismeretlenre:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{51 + 10\sqrt{2}}}{\sqrt{2} - 1}} = a + b\sqrt{2}.$$