

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2005/2006 9. évfolyam 1. kategória 1. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Aladár és Béla együtt ünnepli születésnapját 2006-ban. Aladár pontosan kétszer annyi idős, mint Béla. Aladár születési évének utolsó két számjegyét felcserélve éppen Béla születési évét kapjuk. Mennyi idősök most?

2. feladat

Rest Elek nem készült a dolgozatra, de tudta, hogy ugyanazokat a feladatokat szokták kapni, mint a párhuzamos osztály, legfeljebb más sorrendben. Megtudta, hogy a párhuzamos osztályban A, C, D, B voltak a helyes válaszok. Így ő is ezt írta le valamilyen sorrendben. Mennyi annak a valószínűsége, hogy *a*) nem lesz jó válasza; *b*) pontosan 1 jó válasza lesz; *c*) pontosan 2 jó válasza lesz; *d*) pontosan 3 jó válasza lesz; *e*) mind a négy válasza jó lesz?

3. feladat

Hányféleképpen lehet (a tízes számrendszerben) a 2006-ot legalább két egymást követő pozitív egész szám összegeként felírni?

4. feladat

Az $ABCD$ derékszögű trapézban AB párhuzamos CD -vel, AD merőleges AB -re és $AB = AD = 2CD$. Jelölje M az AC és BD átlók metszéspontját, és F az AD oldal felezőpontját! Bizonyítsa be, hogy MF merőleges BC -re!

5. feladat

Oldja meg a

$$p^q + q^p = r$$

egyenletet, ha p, q, r pozitív prímszámok!