

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2012/2013-as tanév
2. (döntő) forduló
kezdők III. kategória

Feladatok

1. Az x, y, z egész számokra teljesül, hogy $x + y + z = 2$. Tudjuk, hogy az

$$\frac{1}{xy + z - 1} + \frac{1}{yz + x - 1} + \frac{1}{zx + y - 1}$$

összeg egy prímszám reciprokával egyenlő. Melyik ez a prímszám?

2. Tekintsük az emeletes hatványokat, melyek csupa 2-es számjegy felhasználásával alkothatók. (Tehát a következő számok szerepelhetnek bennük az egyes szinteken: 2, 22, 222, 2222, ..., $\underbrace{222 \dots 2}_k = B_k$.)

Melyik a legnagyobb értékű ilyen emeletes hatvány, amely pontosan 2013 db 2-es számjegy felhasználásával képezhető?

3. Adott az ABC tompaszögű háromszög. (A C -nél lévő szög nagyobb 90° -nál.) Bizonyítsuk be, hogy az ABC háromszög feldarabolható 7 db hegyesszögű háromszögre.