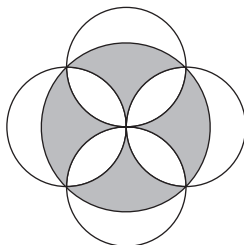


Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2013/2014-es tanév
első (iskolai) forduló
haladók – I. kategória

Feladatok

1. Ha $A = 1\,111\,111\,111$ és $B = 111\,111$, akkor mennyi A és B legnagyobb közös osztója?
2. Mennyi az $f(x) = |x^2 - x| + |x^2 + 3x + 2|$ függvény legnagyobb és legkisebb értéke a $\left[-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right]$ zárt intervallumon? Mely helyeken veszi fel ezeket az értékeket?
3. Mekkora a színezett részek területeinek összege, ha a kis körök sugara r ?



4. Legyen $A = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$, $B = (\sqrt{5} - \sqrt{2\sqrt{3}})(\sqrt{2\sqrt{3}} + \sqrt{5})$, $C = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$. Bizonyítsuk be, hogy a $K = \sqrt{(A + B - C) \cdot n + 2}$ kifejezés értéke minden n természetes szám esetén irracionális!

5. Egy kocka csúcsait megcímkézzük az $1, 2, \dots, 8$ számokkal (minden címkét pontosan egy csúcsra írunk fel). A kocka egy lapjának értéke: a lapot határoló csúcsokon lévő számok összege.

Legfeljebb mekkora lehet egy kocka legkisebb értékű lapjának értéke?