Bolyai János
Matematikai Társulat

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2013/2014-es tanév
2. forduló
haladók I. kategória

Feladatok

1. Legyen $f(x) = ax + b$ egy elsőfokú polinom. Bizonyítsuk be, hogy nem lehet az

$$\big|f(0) - 1\big|, \quad \big|f(1) - 3\big|, \quad \big|f(2) - 9\big|$$

számok mindegyike 1-nél kisebb.

2. Határozzuk meg azokat a négyjegyű számokat, ahol az első két számjegyből álló szám és az utolsó két számjegyből álló szám összegének négyzete egyenlő az eredeti számmal!

3. Az O középpontú körvonal két pontja A és B, továbbá $AOB\sphericalangle = 60°$. A rövidebb AB ív tetszőleges belső pontja M. Bizonyítsuk be, hogy az $OBMA$ négyszög középvonalai egymásra merőlegesek. (A négyszög középvonalainak a szemközti oldalak felezőpontját összekötő szakaszokat nevezzük.)

4. Soma az ötödik születésnapi bulijára 5 barátját hívhatta meg. El is készült az 5 névre szóló meghívó, és készült hozzá 5 felcímzett boríték is. Soma azonban még nem tud olvasni, és úgy rakta be a borítékokba a meghívókat, hogy végül senki sem a sajátját kapta kézhez. Hányféleképpen lehet így elrendezni a meghívókat?