

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2015/2016-os tanév

3. (döntő) forduló

kezdők II. kategória

1. Melyek azok a pozitív természetes számok, amelyek reciprokanak tizedes tört alakja véges, és a szám köbének 7-szer annyi osztója van, mint magának a számnak?
2. Az $ABCD$ négyzet belsejében egy P pontra teljesül, hogy $\angle APB = 90^\circ$, és $PA > PB$. Jelöljük d -vel PA és PB szakasz hosszának különbségét, a négyzet középpontját pedig O -val! Fejezzük ki OP távolságot d -vel!
3. Egy szabályos háromszög oldalait felosztjuk 6-6 egyenlő részre, és az osztópontokon keresztül az oldalakkal párhuzamos szakaszok segítségével a háromszöget feldaraboljuk 36 egybevágó részre. Ezután a kis háromszögek minden csúcspontjában elhelyezünk egy-egy katicabogarat, amelyek elkezdenek mozogni a különböző éleken azonos sebességgel. Amikor egy csomópontba érnek, megváltoztatják a haladási irányukat 60 vagy 120° -kal. Bizonyítsuk be, hogy lesz olyan pillanat, amikor két katica ugyanabban a csúcsban találkozik. Igaz marad-e az állítás akkor is, ha kezdetben a háromszög oldalait csak 5-5 egyenlő részre osztjuk fel?