

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2017/2018-as tanév

1. forduló

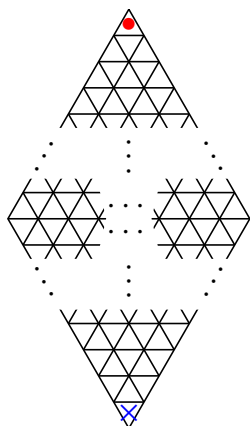
Haladók I. kategória

Feladatok

1. Egy derékszögű háromszög alapú egyenes hasáb minden élének hossza egész szám. A hasábnak van 30 és 13 területegységű lapja (alaplappal vagy oldallappal). Mekkora a hasáb felszíne és térfogata? **7 pont**

2. Állítsuk elő az 1-et 2017 négyzetszám reciprokának összegeként, ahol a négyzetszámok között legalább 600 különböző szám fordul elő! **7 pont**

3. Egy rombusz alakú játéktáblát felosztunk az alábbi ábra alapján $2n^2$ szabályos háromszögre. (A rombusznak 60° és 120° -os szögei vannak!) A két játékos, Anna és Balázs, a táblán a következő szabályok szerint játszanak:



- o Anna kezd a saját kör alakú bábujaival, amely a rombusz megjelölt „felső csúcsában” van.
- o Egy lépésével egy élben szomszédos mezőre lép.
- o Majd Balázs lép hasonlóan a saját „alsó csúcsnál” lévő \times alakú bábujaival, és ezután a játékosok felváltva lépnek a saját bábuikkal.
- o A játékot az nyeri. . .
 - . . . aki a másik bábuját leüti (vagyis arra a mezőre lép a saját bábujaival, ahol épp a másiké áll),
 - . . . vagy aki a saját bábuját eljuttatja az ellenfél kezdő pozíciójára.

Okos játék esetén Anna, vagy Balázs nyer?

7 pont

4. Zsuzsi különleges karácsonyi ajándékkal lepte meg Petit. Szerencsesütitiket sütött és ezeket felfűzte három cérnaszállra, minden cérnaszálon egymás alá négyet, majd a cérnákat egy hurkapálcára kötötte, az ábrán látható módon. Minden szerencsesütitiben más-más jókívánság található. Az a szabály, hogy Peti egy adott cérnaszálról mindig csak a legalsó sütit eheti meg. Ha Peti elfogyaszt egy szerencsesütit, a jókívánságot kiragasztja a falra, sorban egymás mellé. Peti úgy gondolja, hogy a jókívánságok legalább 35 000-féle sorrendben követhetik egymást, Zsuzsi viszont azt állítja, hogy a jókívánságok lehetséges sorrendjeinek száma kevesebb, mint 35 000.



Kinek van igaza?

7 pont

5. Egy r sugarú kör átmérőjét 45° -os szögben metszi a kör AB húrja a C pontban. Bizonyítsuk be, hogy $AC^2 + BC^2 = 2r^2$!

7 pont