

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2018/2019-es tanév
2. forduló
Haladók I. kategória

Feladatok

1. Oldjuk meg az $n + S(n) = 2031$ egyenletet, ahol $S(n)$ az n természetes szám számjegyeinek összegét jelenti. **7 pont**
2. Egy számsorozat első eleme $b_1 = 5$, valamint minden 1-nél nagyobb indexre az n -edik eleme $b_n = b_{n-1} + a_{n-1}$, ahol $a_i = 3(i - 1) + 1$.
 - a) Igazoljuk, hogy b_n -nek végtelen sok 7-tel osztható eleme van.
 - b) Mennyi b_{100} értéke? **7 pont**
3. Az $ABCD$ paralelogrammában $\angle DAB = 60^\circ$, $AB = \sqrt{3} + 1$, $BC = 2$. A DA oldal F felezőpontját és a C csúcsot összekötő szakaszt a B csúcsból induló szögfelező a K pontban metszi. Határozzuk meg a $\angle CKB$ nagyságát. **7 pont**
4. Egy kör kerülete mentén felsoroljuk egy hatelemű halmaz összes részhalmazát, majd egy-egy szakasszal összekötjük azokat, amelyeknek van közös elemük. Egy halmazt önmagával természetesen nem köt össze szakasz. Hány összekötő szakaszt kapunk? **7 pont**