

**Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny**  
**2018/2019-es tanév**  
**Kezdők I–II. kategória, 2. forduló**  
**Kezdők III. kategória, 1. forduló**

**Feladatok**

1. Egy matematika-szakkörön 8 diák vett részt. 4 padba ültek le úgy, hogy senki sem ismerte a padtársát. Az első padban András és Bea ültek. Tudjuk, hogy Andrást kivéve a többi 7 diáknak mind különböző számú ismerőse van a jelenlévő diákok között. Ki ismer több diákot a szakkörőről, András vagy Bea? (Az ismeretséget kölcsönösnek tekintjük: ha X ismeri Y-t, akkor Y is ismeri X-et.) **6 pont**
2. Balázs felírt egy lapra egy olyan háromjegyű számot, amelynek számjegyei között nem szerepelt a 0. Ezután leírta alá azokat a háromjegyű számokat, amiket úgy kapott, hogy az eredeti szám számjegyeinek sorrendjét megváltoztatta. Miután az összes lehetséges számot felírta, a lapon szereplő számokat összeadta. Így 1776-ot kapott eredményül. Mennyi lehet a lapra elsőként felírt szám számjegyeinek összege? **8 pont**
3. Az  $ABC$  háromszögben  $AC = \sqrt{3}$  egység,  $BC = 1$  egység, továbbá a  $C$ -ből induló magasság talppontja az  $AB$  oldal  $B$ -hez közelebbi negyedelőpontjával egyezik meg. Mekkora az  $ABC$  háromszög szögei? **8 pont**
4. Adott a síkon véges sok egyenes és véges sok pont a következő feltételekkel: minden egyenesre legfeljebb 4 pont illeszkedik, és minden ponton áthalad legalább 2 egyenes. Bizonyítsuk be, hogy a pontok száma legfeljebb az egyenesek számának kétszerese! Mutassunk egy-egy olyan példát, ahol egyenlőség áll fenn, és az egyenesek száma
- a) páros
- b) páratlan! **8 pont**
5. Melyik két szomszédos egész szám közé esik a következő kifejezés értéke:
- $$\frac{32}{31} - \frac{34}{33} + \frac{36}{35} - \frac{38}{37} + \dots - \dots + \frac{2016}{2015} - \frac{2018}{2017}$$
- 10 pont**