

**Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny**  
**2019/2020-as tanév**  
**Haladók I. kategória, 2. forduló**

**Feladatok**

1. Melyik tört a nagyobb,

$$\frac{2020^{2022}}{2022^{2020}} \quad \text{vagy} \quad \frac{2019^{2021}}{2021^{2019}}?$$

**7 pont**

2. Az  $ABC$  háromszögben  $\angle C = 90^\circ$ . Az  $AB$  oldal felezőmerőlegese a  $BC$  oldalegyenest a  $K$  pontban metszi, az  $AK$  szakasz felezőmerőlegese a  $CA$  oldalegyenest pedig az  $L$  pontban. Határozzuk meg az  $ABC$  háromszög két hegyesszögét, ha tudjuk, hogy  $BL$  belső szögfelezője az  $ABC$  szögnek.

**7 pont**

3. Bizonyítsuk be, hogy  $5401^n - 2710^n - 2036^n + 1364^n$  minden  $n$  természetes szám esetén osztható 2019-cel.

**7 pont**

4. Bizonyítsuk be, hogy minden 17-nél nagyobb pozitív egész szám előállítható három 1-nél nagyobb egész szám összegeként, ahol az összegben szereplő számok páronként relatív prímek. Igazoljuk, hogy a 17 nem állítható elő ugyanilyen módon.

**7 pont**