

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2020/2021-es tanév

Kezdők II. kategória 3. (döntő) forduló

Feladatok

1. Hány zérushelye van a p valós szám értékétől függően az f függvénynek, ha

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad f: x \mapsto \begin{cases} x^2 + 6x + p, & \text{ha } x < 0, \\ \sqrt{x^2 - 6x + 9} - p, & \text{ha } x \geq 0? \end{cases} \quad \mathbf{10 \text{ pont}}$$

2. Egy orosházi szüret során az egyik nap 270 kg érett dinnyét szedtek le. A leszedett dinnyék egyikének a tömege sem haladta meg a 7 kg-ot. A gyümölcsöket 11 személy szállítja a teherautóra úgy, hogy egyikük sem visz egyszerre 30 kg-nál nagyobb terhet magával. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges tömegeloszlás esetén egy lépésben megoldható a dinnyék elszállítása! **10 pont**

3. Adott az $ABCD$ paralelogramma, amelynek szomszédos oldalai különböző hosszúságúak. A BC egyenesen kijelölünk olyan E és F pontokat, hogy AC felezze el az EAB és DAF szögeket. Legyen az AE és AF egyenesek CD oldalegyenessel alkotott metszéspontja rendre G és H .
Mutassuk meg, hogy az FG egyenes áthalad az EH szakasz felezőpontján! **10 pont**