

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

1997/1998 9. évfolyam 1. kategória 1. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Egy farmon több ló van, mint kacska. A tehenek száma harmada a lovak és kacsák együttes számának. A kacsák és lovak fejei és lábai számának összege 100. Hány tehen van a farmon?

2. feladat

Bizonyítsa be, ha egy derékszögű trapéz szemközti oldalainak összege egyenlő, akkor a merőleges szár: $\frac{2ac}{a+c}$, ahol az a és c a trapéz alapjai.

3. feladat

Egy 665 oldalú szabályos sokszög oldala 3 cm. Nagyítsuk ezt a sokszöget a középpontjából úgy, hogy a nagyított és az eredeti oldalak távolsága 1 cm legyen! Bizonyítsa be, hogy a két sokszög területének különbsége több mint 1998 cm^2 .

4. feladat

Ábrázolja közös koordináta-rendszerben a valós számok halmazán értelmezett

$$f(x) := ||x+4| - |x-4|| \quad \text{és} \quad g(x) = ||x| - 2|$$

helyettesítési értékű függvények grafikonját, és határozza meg azon sokszög területének összegét, amelyeknek minden oldala hozzátartozik valamelyik függvény grafikonjához.

5. feladat

Milyen tulajdonságú k, m, n, l természetes szám esetén lesz az

$$1^k + 9^m + 9^n + 7^l$$

összeg utolsó számjegye 4?