

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

1998/1999 9. évfolyam 3. kategória 2. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgálató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Legyen $n \geq 3$ egész szám! Tekintsünk egy egységoldalú szabályos $2n$ -szöget! Ennek csúcspontjai legyenek a körüljárás sorrendjében: A_1, A_2, \dots, A_{2n} . Tekintsük azt a két darab egységoldalú szabályos n -szöget, melyek a $2n$ -szög belsejében vannak, és egyik oldaluk A_1A_2 , illetve A_nA_{n+1} . Bizonyítsuk be, hogy ennek a két szabályos n -szögnek van egy közös csúcspontja, viszont több közös pontjuk nincsen!

2. feladat

Legyenek x, y, z 21-nél nem nagyobb pozitív valós számok, amelyek összege 48. Mekkora az $(x+4)(y+4)(z+4)$ szorzat legnagyobb és legkisebb értéke?

3. feladat

Legyen f az egész valós számhalmazon értelmezett olyan függvény, amelyre minden x valós számra $f(x+1)=f(x)$ és $f(x+\sqrt{2})=f(x)$. Véges sokszor veszi-e fel az f függvény az $f(0)$ értéket az $[1; 2]$ intervallumon?