Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

1999/2000 9. évfolyam 3. kategória 2. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Adott két közös kezdõpontú, egymásra merõleges szakasz. Mindkettõ hossza 2000 egység. Mindkét szakaszon adott 2001-2001 belsõ pont. Bizonyítsa be, hogy ebbõl a 4002 pontból kiválasztható három, nem egy egyenesbe esõ pont úgy, hogy az általuk meghatározott háromszög területe legfeljebb 250 területegység!

2. feladat

Az *n* pozitív egész számról azt tudjuk, hogy 5-tel nem osztható, 128-cal osztva 96 maradékot ad, a tízes számrendszerben *k* jegyû, továbbá az *n* minden jegye páros, jegyeinek összege 2*k*-4, jegyeinek négyzetösszege 4*k*. Mi lehet az *n*?

3. feladat

Egy hegyesszögû háromszögben *a*, *b* és *c* jelöli az oldalakat, m_a az *a* oldalhoz tartozó magasságot. Határozza meg a *K* és *L* pozitív valós számokat úgy, hogy bármely hegyesszögû háromszögre igaz legyen

$$K < \frac{a+2m_a}{b+c} < L,$$

de ha $K_1>K$ vagy $L_1<L$, akkor

$$K_1 < \frac{a+2m_a}{b-c} < L_1$$

már ne teljesüljön minden hegyesszögû háromszögre!