

Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny, 2005–2006-os tanév

**MATEMATIKA, III. kategória**

A döntő feladatai

a gimnáziumok speciális matematikai osztályainak tanulói részére

1. Egy tetszőleges, nem derékszögű háromszög esetén rajzoljuk meg a talpponti háromszöget, majd ennek a talpponti háromszögét stb. (a talpponti háromszög csúcsai a három magasságvonalnak a hozzájuk tartozó oldalegyenessel való metszéspontjai). Hány olyan, páronként nem hasonló háromszög létezik, amelynek a szögei fokokban mérve egész számok, és az eljárás során előbb-utóbb az eredetihez hasonló háromszöghöz jutunk?
2. Az  $r$  és  $s$  pozitív egészekről tudjuk, hogy bármely  $k$  pozitív egészre  $ks$ -nek legalább annyi osztója van, mint  $kr$ -nek. Lássuk be, hogy  $r$  osztója  $s$ -nek.
3. Egy kocka élhossza  $n$  egység. A felületét alkotó  $6n^2$  darab egység-négyzet közül maximálisan hányat lehet kijelölni úgy, hogy semelyik kettőnek ne legyen közös oldala?