



# Oktatási Hivatal

A 2015/2016. tanévi  
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny  
első forduló

MATEMATIKA II. KATEGÓRIA  
(GIMNÁZIUM)

## FELADATOK

1. Adottak az 1, 2, 3, ..., 2015 grammos súlyok. Be lehet-e osztani őket öt csoportba úgy, hogy a súlyok száma és az összege is azonos legyen minden csoportban?

2. Két egyenlő szárú háromszöget vizsgálunk. Az elsőnél a háromszög beírt köre a szárazakat az alaphoz közelebbi harmadolópontban érinti, a másodiknál az alaptól távolabbi harmadolópontban. Melyik esetben fedi a beírt kör a háromszög területének nagyobb hányadát?

3. A pozitív egész számok körében négy egymást követő páratlan szám négyzetének az összegét vizsgáljuk. Hány ilyen számnégyes van 1 és 100 között, amelyeknél ez a négyzetösszeg 36-tal osztható?

4. A 11.a osztály sakkozni szerető diákjai körmérkőzéses sakkturnát rendeztek egymás között. Mindenki mindenkivel egyszer játszott. Az eredmények érdekesen alakultak: a résztvevők közül bármely kettőhöz van legalább egy olyan, akit mindketten legyőztek a tornán. Legalább hányan szeretnek sakkozni a 11.a-ban?

5. Oldjuk meg a következő egyenletet, ha  $x$  2-nél nagyobb természetes szám:

$$\sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x^2}} = \frac{2015 \cdot (2x+1)}{2x}.$$

Valamennyi feladat 7 pontot ér.