



A 2016/2017. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
döntő forduló

MATEMATIKA III. KATEGÓRIA
(a speciális tanterv szerint haladó gimnazisták)

FELADATOK

1. Az a_0, a_1, \dots, a_{10} egész számok összege 11. Maximálisan hány egész megoldása lehet az x ismeretlenre felírt

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10} = 1$$

egyenletnek?

2. Egy rögzített hegyesszögű háromszög tetszőlegesen kiszemelt P belső pontját tükrözzük mindhárom oldalegyenesre. Bizonyítsuk be, hogy pontosan egy olyan pont van, amely P bármely választása esetén benne van a P pont tükörképei mint csúcsok által kifeszített háromszögben.
3. Mutassuk meg, hogy minden $k > 1$ egész számhoz van olyan k^2 -nél kisebb m pozitív egész, amelyre $2^m - m$ osztható k -val.