



Oktatási Hivatal

A 2017/2018. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
második forduló

MATEMATIKA II. KATEGÓRIA (GIMNÁZIUM)

FELADATOK

1. Az ABC derékszögű háromszög súlypontja legyen S . Tudjuk, hogy $ACB\angle = ASC\angle = 90^\circ$. Az A csúsból merőlegest állítunk a BS egyenesre, ez BC egyenesét D -ben metszi. Mennyi a $\frac{CD}{CB}$ arány értéke?

2. Milyen számjegy áll az N szám tizedestört alakjában a tizedesvessző utáni 2018. helyen?

$$N = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{2017}{2018!}$$

3. Bizonyítsuk be, hogy ha a, b, c egész számok, és $\frac{a\sqrt{3} + b}{b\sqrt{3} + c}$ racionális, akkor $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{a + b + c}$ egész szám.

4. Vegyünk 31 különböző pozitív prímszámot és adjuk össze a negyedik hatványaikat. Igazoljuk, hogy ha a kapott szám osztható 30-cal, akkor a prímszámok között szerepel három egymást követő prím (azaz $p < q < r$ úgy, hogy a $]p; q[$ és $]q; r[$ nyílt intervallumokban nincsenek prímszámok).

Valamennyi feladat 7 pontot ér.