



OKTATÁSI HIVATAL

A 2022/2023. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
első forduló

MATEMATIKA II. KATEGÓRIA
(GIMNÁZIUM)

FELADATOK

1. feladat Igazoljuk, hogy az

$$n = 2020^2 + 2021^2 + 2022^2 + 2023^2$$

számot fel lehet írni három négyzetszám összegeként.

(b) Fel lehet-e írni n -et három páros szám négyzetének összegeként?

2. feladat Határozzuk meg az alábbi összeg pontos értékét (a nevezőkben levő kitevők egyesével növekednek -2022 -től 2022 -ig):

$$\frac{1}{1 + 2^{-2022}} + \frac{1}{1 + 2^{-2021}} + \frac{1}{1 + 2^{-2020}} + \dots + \frac{1}{1 + 2^{2022}}$$

3. feladat Az $ABCD$ téglalap $BAD\angle$ szögének szögfelezője a BD átlót a P , a BC oldal egyenesét a Q pontban metszi. A P ponton átmenő, AB -vel párhuzamos egyenes az AC átlót R pontban metszi. Bizonyítsuk be, hogy a QR egyenes merőleges a BD átlóra.

4. feladat A p valós paraméter mely értékei esetén van az alábbi egyenletnek valós megoldása?

$$\sin^4 x + \cos^4 x + p(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$$

5. feladat Bergengóciában minden év pontosan 365 napból áll. A bergengócok kedvenc mozijában egy játékot ajánlanak a nézőknek. Az egyesével, sorban beérkező nézők megmondják a születésnapjukat (hónap és nap). Aki elsőnek mond olyan időpontot, ami már elhangzott, annak visszatérítik a jegy árát. Hányadikként érdemes beállni a sorba, hogy ennek legnagyobb legyen a valószínűsége?

Minden egyik feladat helyes megoldása 7 pontot ér.

Az Országos Középiskolai Tanulmányi versenyek megvalósulását az NTP-TMV-M-22-A0002 projekt támogatja



KULTURÁLIS ÉS INNOVÁCIÓS
MINISZTERIUM



Nemzeti
Tehetség Program