



OKTATÁSI HIVATAL

A 2022/2023. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
második forduló

MATEMATIKA II. KATEGÓRIA
(GIMNÁZIUM)

FELADATOK

1. feladat Az x, y, z, t valós számok mindegyike eleme a $[0; 2]$ intervallumnak. Igazoljuk, hogy

$$x(2 - t) + y(2 - x) + z(2 - y) + t(2 - z) \leq 8.$$

2. feladat Egy n tagú társaság tagjai páronként ismerik, vagy nem ismerik egymást. Mindkét esetben ez legyen kölcsönös. Szeretnénk közülük négy embert leültetni egy kerek asztal köré úgy, hogy a szomszédok vagy mind ismerősök legyenek, vagy egyik szomszédpár se ismerje egymást. Mely n értékre vállalhatjuk, hogy biztosan létre tudunk hozni ilyen asztaltársaságot akkor, ha nem is ismerjük előre a társaságban levő ismerettségi viszonyokat?

3. feladat Tekintsünk egy körbe írt $ABCDEF$ konvex hatszöget. Igazoljuk, hogy az AD , BE és CF átlók akkor és csak akkor illeszkednek egy pontra, ha

$$\frac{AB}{BC} \cdot \frac{CD}{DE} \cdot \frac{EF}{FA} = 1.$$

4. feladat Melyik az a legnagyobb x egész szám, amelyre $4^{17} + 4^{1020} + 4^x$ négyzetszám?

Az Országos Középiskolai Tanulmányi Versenyek megvalósulását az NTP-TMV-M-21-A0002 projekt támogatja

