



OKTATÁSI HIVATAL

A 2023/2024. tanévi  
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny  
első forduló

MATEMATIKA II. KATEGÓRIA  
(GIMNÁZIUM)

FELADATOK

**1. feladat** Tekintsük a pozitív egész számokat 1-től 2023-ig, az 1-et és a 2023-at is beleértve. Ki szeretnének hagyni közülük három egymást követőt úgy, hogy a megmaradt számok átlaga egész szám legyen. Mely számokat hagyhatjuk ki?

**2. feladat** Melyek azok a pozitív egész számok, amelyeket fel lehet írni két (nem feltétlenül különböző) pozitív racionális szám összegeként és ugyanezen két racionális szám szorzataként is?

**3. feladat** Egy 2024 oldalú szabályos sokszög csúcsait valamelyiktől kezdve sorban egymás után megbetűzzük, jelölje őket  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2024}$ , így  $A_1$  és  $A_{2024}$  szomszédosak. Legyen  $A_1A_2 = a$ ,  $A_1A_3 = b$  és  $A_1A_{1012} = c$ . Igazoljuk, hogy

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{4}{b^2}.$$

**4. feladat** Legyen  $d(M)$  a pozitív egész  $M$  szám összes pozitív osztóinak száma, beleszámolva az 1-et és magát  $M$ -et is. Egy 2023-nál kisebb pozitív egész  $N$  számot pontosan két prím oszt, a 2 és a 3. Mi lehet  $N$ , ha

$$d(N^2) = d(2N) + d(3N) + 13?$$

**5. feladat** Egy dobókockát négyszer feldobva mennyi a valószínűsége, hogy (a) a dobott számok szorzata osztható 30-cal; (b) a dobott számok összege osztható öttel?

Mindegyik feladat helyes megoldása 7 pontot ér.

Az Országos Középiskolai Tanulmányi Versenyek megvalósulását az NTP-TMV-M-23 projekt támogatja



KULTURÁLIS ÉS INNOVÁCIÓS  
MINISZTERIUM



Nemzeti  
Tehetség Program