



OKTATÁSI HIVATAL

A 2023/2024. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
második forduló

MATEMATIKA II. KATEGÓRIA
(GIMNÁZIUM)

FELADATOK

1. feladat Egy adatbázisban hat pozitív egész van, ezek módusza 10, mediánja 12, átlaga 15. Legalább mekkora a szórás, ha az átlagtól vett átlagos abszolút eltérés 6-nál nagyobb?

2. feladat Határozzuk meg az összes olyan $(x; y)$ egészekből álló számpárt, amelyekre teljesül az alábbi egyenlet:

$$x^2(y - 1) + y^2(x - 1) = 1.$$

3. feladat Az $ABCD$ trapéz AD oldala párhuzamos a BC oldallal, az A csúcsánál levő szöge 120° -os, az AB oldal felezőpontja legyen E . Az EAD háromszög köré írható kör középpontja legyen O_1 , a BEC háromszög köré írható kör középpontja legyen O_2 . Hányad része az EO_1O_2 háromszög területe az $ABCD$ trapéz területének?

4. feladat Az $x \neq 0$ olyan valós szám, amelyre $x^4 + \frac{1}{x^4}$ és $x^5 + \frac{1}{x^5}$ is racionális számok. Bizonyítsuk be, hogy ekkor $x + \frac{1}{x}$ szintén racionális szám.

Mindegyik feladat helyes megoldása 7 pontot ér.

Az Országos Középiskolai Tanulmányi Versenyek megvalósulását az NTP-TMV-M-23 projekt támogatja



KULTURÁLIS ÉS INNOVÁCIÓS
MINISZTERIUM

 Nemzeti
Tehetség Program