Oktatási Hivatal

A 2015/2016. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
második forduló

FIZIKA

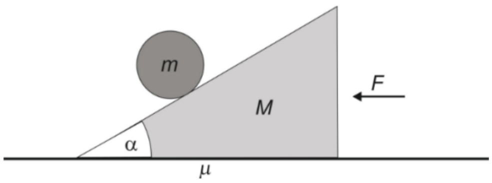
II. KATEGÓRIA

<u>Javítási-értékelési útmutató</u>

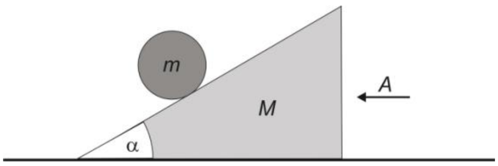
1. feladat. *Az ábrán látható ék tömege* M = 3 kg*, a rá helyezett korongé* m = 2 kg*. Az ék és a talaj közötti súrlódás együtthatója* μ = 0,4*. Az éken jelzett szög* α = 30°*. A korongot abban a pillanatban engedjük el, amikor az ékre vízszintese irányú, állandó nagyságú erőt kezdünk kifejteni.*

a) Mekkora erővel kell az ékre hatnunk, hogy az ék és a korong az indítás után bármely időpillanatig azonos utat tegyen meg?

b) Mekkora az ék és a korong elmozdulása t = 0,4 s *alatt, ha* A = 15 m/s^2 *állandó gyorsulással toljuk az éket? (A korong nem csúszik meg.)*



Az *a)* kérdéshez

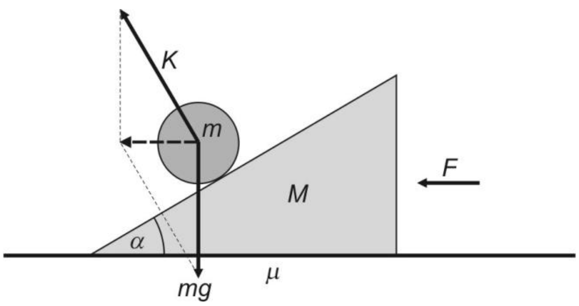


A *b)* kérdéshez

Megoldás: *a*) Akkor tesz meg ugyanakkora utat az ék és a korong, ha teljesen együtt mozognak, vagyis a korong nem fordul el az éken, olyan a mozgása, mintha oda lenne ragasztva. Ekkor a rendszer gyorsulása:

$$a = \frac{F - \mu(m + M)g}{m + M}.$$

Ugyanekkora a korong gyorsulása is. Mivel a korong nem fordul el, így a korongra nem hat súrlódási erő, a korongra csupán a nehézségi erő és a kényszererő hat, de ezek hatásvonala átmegy a korong tömegközéppontján, tehát ezek nem forgatnak. A nehézségi erő és a lejtőre merőleges kényszererő eredője eredményezi a korong gyorsulását.



Az ábrán látható erők alapján az eredő erőre ezt írhatjuk fel:

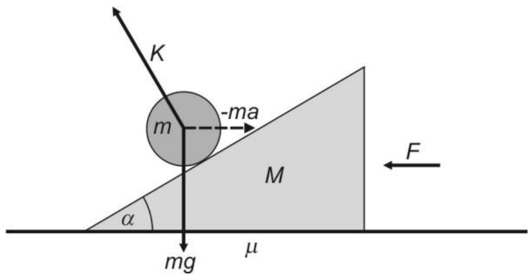
$$ma = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha\,,$$

vagyis a korong gyorsulása: $a = g\,\mathrm{tg}\,\alpha$. Ha ezt a gyorsulást egyenlővé tesszük a korábban kiszámolt gyorsulással, akkor az egyenletből kifejezhetjük az F erőt:

$$F = (m + M)g(\mathrm{tg}\,\alpha + \mu).$$

Az adatok behelyettesítése után g = 10 m/s^2-tel számolva F = **48,87 N** végeredményt kapunk, míg g = 9,81 m/s^2-tel számolva F = **47,94 N** végeredményre jutunk.

Megjegyzés: A rendszerrel együtt mozgó gyorsuló vonatkoztatási rendszert használva is megoldhatjuk a feladatot. Ekkor a korong áll, a rá ható erők (beleértve a –*ma* tehetetlenségi erőt is) nulla eredőt adnak (lásd az ábrát).



Erről az ábráról leolvashatjuk:

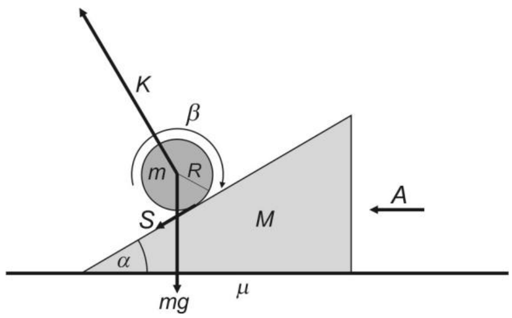
$$ma = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha\,,$$

vagyis a korong gyorsulása az inercia-rendszerben $a = g\,\mathrm{tg}\,\alpha$. Azt is megállapíthatjuk, hogy a gyorsuló rendszerben a korong és az ék együttese is áll, tehát az erőegyensúlyra a következő összefüggést írhatjuk fel (nem elfelejtve most a –(m+M)a fiktív tehetetlenségi erőt:

$$F - \mu(m + M)g - (m + M)a = 0\,,$$

amiből a korábban kiszámított gyorsulást kaphatjuk meg. Ettől kezdve a megoldás formailag teljesen megegyezik az inercia rendszert használó számítással.

b) Ebben az esetben a gyorsuló ék a korong alá csúszik, vagy más szóval a korong felgördül az ékre. Vizsgáljuk meg a korongra ható erőket, melyek az ábrán láthatók.



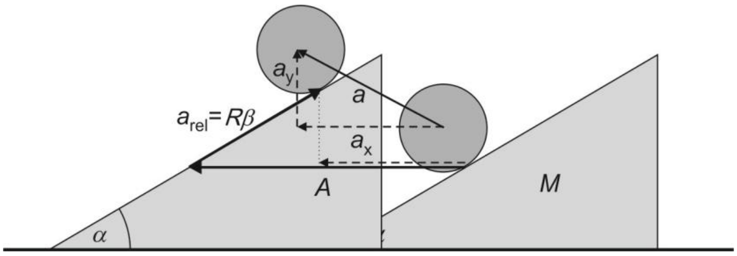
A (tapadási) súrlódási erő forgatja a korongot:

$$SR = \frac{1}{2}mR^2\beta\,,$$

ahol R a korong sugara, β pedig a szöggyorsulása. Ebből az egyenletből érdemes kifejezni az

$$R\beta = \frac{2S}{m}$$

kerületi gyorsulást, mert ennek fontos szerepe van a tisztán gördülő korong mozgásának kényszerfeltételében, amit a következő ábráról olvashatunk le.



Kapcsolatot találhatunk az ék A gyorsulása, az $R\beta$ kerületi (az ékhez viszonyított) gyorsulás, valamint a korong középpontja gyorsulásának a_x vízszintes és a_y függőleges összetevője között:

$$a_x = A - R\beta\cos\alpha = A - \frac{2S}{m}\cos\alpha$$

$$a_y = R\beta\sin\alpha = \frac{2S}{m}\sin\alpha\,.$$

A korong tömegközéppontjának vízszintes és függőleges gyorsulását leíró dinamikai egyenletek a következők:

$$K\sin\alpha + S\cos\alpha = ma_x$$

$$K\cos\alpha - mg - S\sin\alpha = ma_y\,.$$

Ebbe a két egyenletbe helyettesítsük be a gyorsulás komponenseket, és rendezzük az egyenleteket:

$$K\sin\alpha + 3S\cos\alpha = mA$$

$$K\cos\alpha - mg - 3S\sin\alpha = 0\,.$$

Az alsó egyenletből fejezzük ki a K kényszererőt:

$$K = \frac{mg + 3S\sin\alpha}{\cos\alpha}\,,$$

és helyettesítsük be a felső egyenletbe, amiből így az S súrlódási erő megkapható:

$$S = \frac{mA\cos\alpha - mg\sin\alpha}{3} \approx 5{,}3\ \mathrm{N}\ \left(g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - \text{tel számolva}\right).$$

A súrlódási erő segítségével kiszámíthatjuk a korong vízszintes és függőleges gyorsulás összetevőit:

$$a_x = A - R\beta\cos\alpha = A - \frac{2S}{m}\cos\alpha = 10{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$a_y = R\beta\sin\alpha = \frac{2S}{m}\sin\alpha = 2{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

A korong eredő gyorsulása:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 10{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,,$$

és ennek alapján a korong elmozdulása t = 0,4 s alatt:

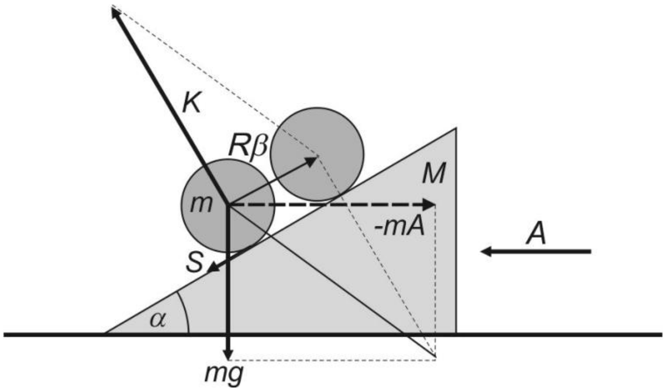
$$s_{\mathrm{m}} = \frac{a}{2}t^2 = \mathbf{0{,}86\ m}.$$

Az ék elmozdulása:

$$s_{\mathrm{M}} = \frac{A}{2}t^2 = \mathbf{1{,}2\ m}.$$

Megjegyzések:

1. A feladat *b*) részét is meg lehet oldani gyorsuló koordinátarendszerben, amit célszerű az ékhez rögzíteni. Ekkor az ék áll, és rajta felgördül a korong. A következő ábra mutatja a korongra ható erőket, beleértve a gyorsuló rendszerben fellépő mA = 30 N nagyságú fiktív tehetetlenségi erőt is.



A korong szöggyorsulására most is ugyanazt az egyenletet írhatjuk fel, mint korábban:

$$SR = \frac{1}{2}mR^2\beta\,,$$

amiből viszont meghatározhatjuk a korong tömegközéppontjának az ékhez viszonyított (felfelé pozitív) gyorsulását:

$$a_0 = R\beta = \frac{2S}{m}.$$

Ezek után a lejtővel párhuzamos erőösszetevők dinamikai egyenletét írjuk fel:

$$mA\cos\alpha - S - mg\sin\alpha = ma_0\,,$$

és helyettesítsük be ide az ékhez képesti a_0 gyorsulás korábbi kifejezését, majd fejezzük ki a súrlódási erőt:

$$S = \frac{mA\cos\alpha - mg\sin\alpha}{3}\,,$$

mely megegyezik az inercia-rendszerben számított súrlódás erővel. Így megkaphatjuk az ékhez képesti gyorsulás értékét is:

$$a_0 = \frac{2S}{m} = 5{,}3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Most vissza kell térnünk az álló rendszerbe, hogy megkaphassuk abban is a korong gyorsulását:

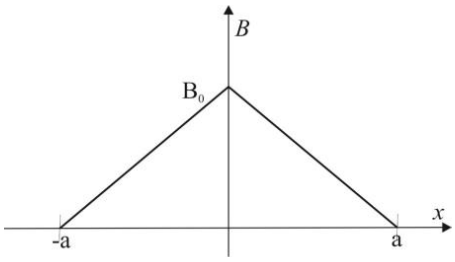
$$a_x = A - a_0\cos\alpha = 10{,}4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$a_y = a_0\sin\alpha = 2{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

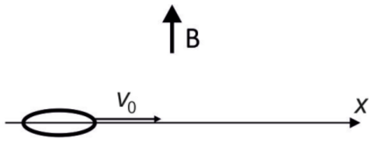
Visszakaptuk a korábban már kiszámított gyorsulásokat, és innen már a megoldás megegyezik az inercia-rendszerbelivel.

2. Adataink alapján a korongra ható S súrlódási erő 5,33 N, a K kényszererő pedig 32,3 N. Ennek alapján a korong tiszta gördülése akkor teljesül, ha a tapadási súrlódási együttható értéke nagyobb, mint 0.165. A feladat szövege ezt feltételezte.

2. feladat. *Nagyon vékony huzalból készült gyűrű, amelynek átmérője* d = 6 mm, *fajlagos ellenállása* $\rho = 2\cdot10^{-8}\ \Omega\cdot$m, *sűrűsége* $\delta = 9\cdot10^3$ kg/m^3, *egyenesen átrepül egy mágnes pólusai között, miközben nem fordul el. Repülés közben a gyűrű sebességvektora párhuzamos a gyűrű síkjával. A gyűrű középpontja az x tengely mentén mozog. A mágneses indukcióvektor gyűrűre merőleges komponense az x-tengely különböző pontjaiban az ábrán látható módon függ az x koordinátától, ahol* $B_0 = 1{,}2$ T, a = 10 cm. *Becsüljük meg a gyűrű várhatóan kicsiny sebességváltozását, ha a berepülés előtt* v_0 = 20 m/s *nagyságú sebessége volt! (Tekintsünk el a gravitáció okozta sebességváltozástól).*



I. megoldás. Az elrendezés vázlatosan így néz ki:



Vegyük észre, hogy a feladat megoldása szempontjából csak a mágneses mező gyűrűre merőleges komponensének van jelentősége. A mozgó gyűrűben a változó mágneses mező feszültséget indukál, így a gyűrűben áram folyik. A mozgó gyűrűre a mágneses mező Lenz-törvénye szerint fékező erőt gyakorol, tehát a sebessége csökkeni fog, miközben áthalad a mágneses mezőn. A pólusok közti repülés ideje alatt a gyűrűben Joule-hő keletkezik, amely egyenlő a gyűrű mozgási energiájának megváltozásával. A mozgási energia addig változik, amíg a gyűrű a nem nulla indukciójú mágneses mezőben mozog.

Tegyük fel, hogy a sebességváltozás nem túl nagy (ezt a végén tudjuk ellenőrizni, hogy teljesül-e). Továbbá, mivel a gyűrű méretei kicsinyek a mező x irányú kiterjedéséhez képest, nem kell foglalkoznunk a mágneses mezőbe való belépés és kilépés átmeneti effektusaival.

Ezek alapján a gyűrűben indukálódó áram nagysága – felhasználva, hogy B lineárisan változik az x távolsággal, továbbá a sebességváltozás áramra gyakorolt hatását elhagyva –

$$I = \frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{1}{R}\frac{B_0A\Delta x}{a\Delta t} = \frac{1}{R}\frac{B_0Av_0}{a} = \text{állandó},$$

ahol A a gyűrű területe, és $\frac{\Delta x}{\Delta t} \approx v_0$. (Az áram iránya félúton megfordul)

A repülés ideje a mágneses mezőben jó közelítéssel

$$t = \frac{2a}{v_0}.$$

Ekkor a gyűrűben keletkezett Joule-hő

$$W = I^2 Rt = \frac{2B_0^2A^2v_0}{aR},$$

ahol R a gyűrű ellenállása.

A keletkező Joule-hő miatt a gyűrű mozgási energiája csökken:

$$W = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{m(v_0-\Delta v)^2}{2} \approx mv_0\,\Delta v,$$

ahol m a gyűrű tömege és felhasználtuk, hogy $\Delta v \ll v_0$.

A Joule-hő és a mozgási energia megváltozásának összevetéséből kapjuk, hogy

$$\Delta\upsilon = \frac{2B_0^2A^2}{maR}.$$

Szükség van még némi mellékszámításra, mert a gyűrű A területe, m tömege és R ellenállása nincs közvetlenül megadva, de az adatok segítségével kifejezhetők: $m = \delta d\pi S$, ahol S a huzal keresztmetszete, $R = \rho\frac{d\pi}{S}$, $A=\frac{d^2\pi}{4}$, és d = 6 mm a gyűrű átmérője.

Behelyettesítve a sebességváltozásra a következő összefüggést kapjuk:

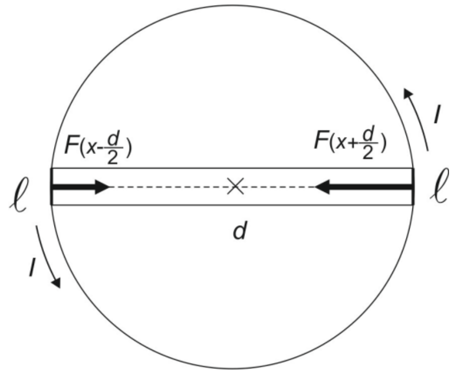
$$\Delta\upsilon= \frac{B_0^2d^2}{8\delta\rho a}$$

Az adatok behelyettesítése után $\Delta\upsilon$ = **0,36 m/s** adódik, tehát valóban teljesül, hogy a sebességváltozás kicsi az eredeti sebességhez képest, annak mindössze 1,8 %-a.

II. megoldás. A feladat az erő kiszámításával is megoldható. A gyűrűt tekinthetjük n oldalú szabályos sokszögnek, ahol n igen nagy természetes szám. A sokszög minden oldalának igen kicsiny hossza legyen l, melyre tejesül a következő feltétel: $nl \approx \pi d$, ahol d a gyűrű átmérője. A gyűrűben (sokszögben) folyó áram természetesen megegyezik az első megoldásban kiszámított

$$I = \frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{1}{R}\frac{B_0A\Delta x}{a\Delta t} = \frac{1}{R}\frac{B_0A\upsilon_0}{a} = \text{állandó}$$

értékkel. Először tekintsünk egy olyan kicsiny téglalapot, melynek hosszabbik oldala éppen a gyűrű x tengellyel párhuzamos d átmérőjével egyezik meg, és erre merőleges kisebbik oldala l hosszúságú (lásd az ábrát).

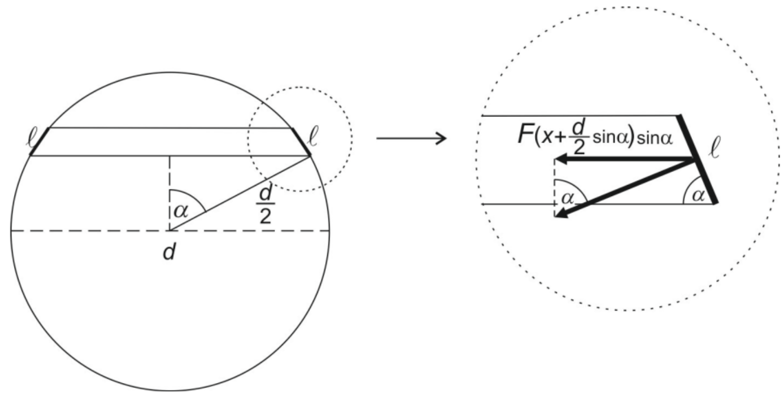


A két kisebbik oldalra ható erő egymással ellentétes, mert az ott futó gyűrűdarabokban az áramok ellentétes irányúak. Az eredő erő:

$$\Delta F_{\mathrm{x}} = F_{\mathrm{x}}\left(x+\frac{d}{2}\right) - F_{\mathrm{x}}\left(x-\frac{d}{2}\right) = B\left(x+\frac{d}{2}\right)Il - B\left(x-\frac{d}{2}\right)Il = \frac{B_0}{a}dIl.$$

Vigyázzunk arra, hogy az erő és a mágneses indukció formulájában a zárójelek nem szorzást jelölnek, hanem azt mutatják, hogy a függvényt melyik helyen értelmezzük. Vegyük észre, hogy az összefüggésben szereplő dl szorzat éppen a kiválasztott keskeny téglalap területével egyezik meg, amit az eredő erő kiszámításához B_0I/a-val kell megszoroznunk.

Ezek után tekintsünk általánosan egy szintén az x tengellyel párhuzamos keskeny trapézt, melynek két kicsiny oldala l hosszúságú, és ezekben a „drótelemekben" szintén I áram folyik egymással ellentétes irányban. A következő ábráról leolvasható ezeknek az áramelemeknek az x irányú eredője (az x irányra merőleges erőjárulékok kiesnek, mert minden „átmérő feletti" trapéznak megvan az „átmérő alatti" párja).



$$\Delta F_x = \left[F\left(x+\tfrac{d}{2}\sin\alpha\right) - F\left(x-\tfrac{d}{2}\sin\alpha\right)\right]\sin\alpha =$$
$$= \left[B\left(x+\frac{d}{2}\sin\alpha\right)Il - B\left(x-\frac{d}{2}\sin\alpha\right)Il\right]\sin\alpha = \frac{B_0}{a}(d\sin\alpha)\,I(l\sin\alpha).$$

Vegyük észre, hogy az utolsó kifejezés első zárójelében a keskeny trapéz alaplapjának hosszúsága, míg a második zárójelben a trapéz magassága szerepel, tehát a két zárójeles kifejezés szorzata (jó közelítéssel) a trapéz területével egyezik meg. Az erő formulájában ezt a területet megint B_0I/a-val kell megszoroznunk.

Ha a gyűrűt közelítő sokszöget a fenti módon keskeny trapézokra bontjuk, akkor mindegyik esetében azt állapíthatjuk meg, hogy az egyes „drótelem-párokra” akkora fékezőerő hat, ami úgy adható meg, hogy a trapéz területét megszorozzuk B_0I/a-val. Tehát a teljes gyűrűre (jó közelítéssel) akkora fékezőerő hat, ami megegyezik a gyűrű A területe és a B_0I/a kifejezés szorzatával:

$$F_x = \frac{B_0IA}{a},$$

ahol az IA szorzat éppen a gyűrű mágneses momentuma:

$$IA = \frac{1}{R}\frac{B_0A^2v_0}{a}, \quad \text{így} \quad F = \frac{B_0^2A^2v_0}{a^2R}.$$

A lassulás mértéke $\frac{F}{m} = \frac{B_0^2A^2v_0}{ma^2R}$, ahol m a gyűrű tömege. Így a sebességváltozás (ha a repülés idejét $t = \frac{2a}{v_0}$ értékkel közelítjük):

$$\Delta v = \frac{F}{m}t = \frac{2B_0^2A^2}{maR}.$$

A kapott kifejezés azonos a munkatétel segítségével kapott értékkel.

Megjegyzés: A fenti számolásban többszörösen kihasználtuk, hogy a gyűrű kicsi a $2a$ távolsághoz képest. A fluxus kiszámításakor lényegében a gyűrű középpontjában fellépő B-vel számoltunk, ami a mágneses indukció lineáris függése miatt megegyezik a tér átlagértékével. A számolásban közelítésként jelenik meg az, hogy elhanyagoltuk a tér gradiensének előjelváltozását. Ugyanis amikor a növekvő mágneses indukció csökkenni kezd, akkor lesz egy olyan pillanat, amikor a fluxus-változás nulla, tehát ekkor a gyűrűben nem indukálódik áram, egy rövid időre megszűnik a fékezés, de ez a teljes folyamathoz képest elhanyagolható.

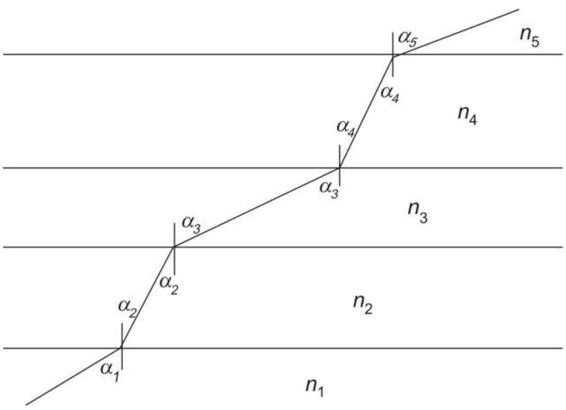
Megjegyzés: Érdekes, hogy a sebességváltozás nem függ a gyűrű kezdeti sebességétől, azonban az eredmény csak akkor elfogadható, ha a sebességváltozás sokkal kisebb a gyűrű haladási sebességénél.

3. feladat. *Egy nyári napon egy hosszú, egyenes, vízszintes országút szélén várakozik egy rendőrautó napkelte óta nyitott ablakokkal. Az autóban ülő unatkozó rendőr őrmester ért valamicskét a fizikához, így tudja, hogy az úton a távolban látszó fényes folt nem az úton lévő víz tükröződéséből származik, biztos abban, hogy az útfelület száraz. Az őrmester megfigyeli, hogy a reggel* 8 *órakor a tőle* 250 *méterre lévő fényes folt egy óra alatt egy oszloppal jön közelebb, és tudja, hogy két útjelző oszlop között a távolság* 50 *méter. Autójának külső és belső hőmérőjét használva az őrmester megállapítja, hogy az útfelület feletti 1-2 cm vastagságú átmeneti rétegtől eltekintve (ahol nem tud pontosan mérni) a levegő hőmérséklete állandó. Az átmeneti réteg felett reggel* 8 *órakor* 15°C, *illetve* 9 *órakor* 18°C *a hőmérséklet. Az autóban ülve a feje mindvégig* 1,2 *méteres magasságban volt. Az őrmester eltöpreng azon, hogy ezekből a megfigyelésekből vajon megállapítható-e az országút felforrósodó felületének hőmérséklete. Saját maga számára reménytelennek látja a feladatot, különösen azért, mert az átmeneti rétegben a levegő függőleges irányú hőmérsékletfüggéséről tudja, hogy azt elméletileg nem igazán lehet meghatározni, azonban erről nincsenek részletes mérési adatai. Szomorkodását csodálkozás váltja fel, amikor észreveszi, hogy* 10 *órára a folt visszamászott a* 8 *órakor elfoglalt helyére. Annyira elámul, hogy elfelejti leolvasni autója hőmérőinek az állását.*
Segítsünk az őrmesternek, és határozzuk meg, hogy mekkora volt az út felületi hőmérséklete reggel 8 *és* 9 *órakor! Feltételezhetjük, hogy az útfelület hőmérséklete* 9 *és* 10 *óra között nem változott. Mekkora a levegő hőmérséklete az őrmester fejének magasságában* 10 *órakor?*

Útmutatás: Az útfelület közvetlen közelében az út és a levegő hőmérséklete megegyezik. A levegő abszolút törésmutatója 15°C-*on és* 1 *atmoszféra nyomáson* $n_0 = 1{,}000276$. *A légnyomás a megfigyelés közben nem változott, mindvégig* 1 *atmoszféra volt. A levegő n abszolút törésmutatója függ a levegő sűrűségétől, mégpedig úgy, hogy (n –* 1*) jó közelítéssel egyenesen arányos a levegő sűrűségével.*

Megoldás. A Snellius-Descartes törvényből következik, hogy egymással párhuzamos, különböző törésmutatójú rétegekben egy fénysugár úgy halad, hogy az aktuális abszolút törésmutató és a törési szög szinuszának szorzata állandó:

$$n \sin\alpha = \text{állandó}.$$



$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_3} = \frac{n_3}{n_2}, \quad \frac{\sin\alpha_4}{\sin\alpha_3} = \frac{n_3}{n_4}, \; . \; . \; . \quad \to \quad n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2 = n_3 \sin\alpha_3 = \; . \; . \; . \text{ áll.}$$

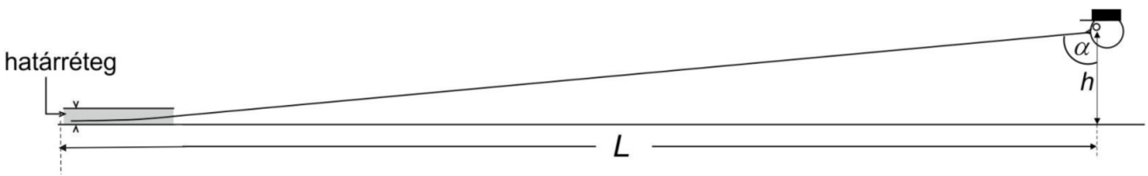
Ez az összefüggés akkor is érvényes, ha a közegben a törésmutató a beesési merőleges mentén folytonosan változik.

A fényes folt a teljes visszaverődés miatt jön létre, a felforrósodott útfelület úgy viselkedik, mint egy tökéletes tükör. A folt helyén az útfelületről kiinduló fénysugarak nem juthatnak el a szemünkbe. A folt határára (ahol már tükröző az útfelület) a beesési szög 90°, tehát a következő egyenletet írhatjuk fel:

$$n_{\text{fej}} \sin\alpha = n_{\text{út}}\,,$$

ahol n_{fej} a levegő törésmutatója fejmagasságban, illetve $n_{\text{út}}$ a törésmutató az út felszínéhez nagyon közel.

A fényfolt széléről induló fénysugár hozzávetőleges útját a következő ábra szemlélteti:



A 8 órás adat esetében n_{fej} = 1,000276 adott, mert az őrmester feje körül a hőmérséklet ekkor T_0 = 15°C volt. A levegő sűrűsége (állandó nyomás mellett) fordítottan arányos az abszolút hőmérsékletével:

$$pV = nRT = \frac{m}{M}RT \qquad \rightarrow \qquad \rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} \sim \frac{1}{T}\;.$$

Kihasználva, hogy a feladat szerint (n – 1) jó közelítéssel egyenesen arányos a levegő sűrűségével, a következő összefüggést írhatjuk fel:

$$n = 1 + \frac{A}{T},$$

ahol az *A* állandó értékét a megadott törésmutatóból számíthatjuk ki:

$$A = (n_0 - 1)T_0 = (0{,}000276)(15 + 273{,}15)\text{K} = 0{,}07953\ \text{K}.$$

Az útfelület 8 órai T_8 hőmérsékletét tehát a következő összefüggésből kaphatjuk meg:

$$n_{\text{fej}} \sin\alpha_8 = n_0 \frac{L_8}{\sqrt{L_8^2 + h^2}} = n_{\text{út}} = 1 + \frac{A}{T_8},$$

ahol L_8 = 250 m, h = 1,2 m és n_{fej} = 1,000276. A számítást elvégezve T_8 = **300,7 K ≈ 27,6°C** adódik.

Teljesen hasonló módon járhatunk el a 9 órás útfelszín hőmérsékletének számításkor is:

$$n_{\text{fej}} \sin\alpha_9 = \left(1 + \frac{A}{T}\right) \frac{L_9}{\sqrt{L_9^2 + h^2}} = n_{\text{út}} = 1 + \frac{A}{T_9},$$

ahol most T = 291,15 K és L_9 = 200 m. Elvégezve a számítást: T_9 = **311,7 K ≈ 38,5°C**.

A 10 órás kérdésnél is ugyanezt az egyenletet kell használnunk, de most a bal oldalon lévő *T'* hőmérséklet az ismeretlen:

$$n_{\text{fej}} \sin\alpha_{10} = \left(1 + \frac{A}{T'}\right) \frac{L_{10(=8)}}{\sqrt{L_{10(=8)}^2 + h^2}} = n_{\text{út}} = 1 + \frac{A}{T_{10}(= T_9)}.$$

A behelyettesítés után *T'* = **298,2 K ≈ 25,1°C** adódik.

Pontozási útmutató

1. feladat

a) A kívánt folyamat megvalósulásának kinematikai és dinamikai feltételei	2 pont
A rendszer mozgásegyenletének helyes felírása	2 pont
A keresett erő meghatározása	2 pont
b) A dinamikai egyenletek felírása	4 pont
A kényszerfeltétel meghatározása	4 pont
A számítások elvégzése	3 pont
Az ék elmozdulásának meghatározása	1 pont
A korong talajhoz viszonyított elmozdulásának meghatározása	2 pont
	összesen: 20 pont

2. feladat

A gyűrűben indukált áram meghatározása	4 pont
A mágneses mezőn való átrepülés ideje	2 pont
A tömeg, az ellenállás, a terület meghatározása	2 pont
Joule-hő megadása	4 pont
Kinetikus energia változása	4 pont
A sebességváltozásra vonatkozó végső összefüggés	2 pont
A sebességváltozás numerikus értéke	2 pont
	Összesen 20 pont

3. feladat

A teljes visszaverődés fontosságának felismerése:	4 pont
Az $n \sin \alpha =$ állandó összefüggés felírása:	4 pont
A T_8 hőmérséklet kiszámítása:	4 pont
A T_9 hőmérséklet kiszámítása:	4 pont
A T' hőmérséklet kiszámítása:	4 pont
	Összesen: 20 pont

A megoldásban vázoltaktól eltérő számításokra, amelyek elvileg helyesek és helyes végeredményre vezetnek, az alkérdésekre adható teljes pontszám jár. A nehézségi gyorsulás értékére 9,81 m/s^2 vagy 10 m/s^2 egyaránt elfogadható, hacsak a feladat máshogy nem rendelkezik.