

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2000/2001 10. évfolyam 2. kategória 3. forduló

A verseny szervezője: Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

1. feladat

Igazoljuk, hogy ha az $\{a_n\}$ sorozat első tagja egy 0-tól különböző egész szám, akkor

$a_{n+1} = a_n^2 + a_n - 1$ esetén ($n \in \mathbb{Z}^+$) az $\frac{a_n}{a_k}$ tört nem egyszerűsíthető, ahol n és k egymástól különböző pozitív egész szám!

2. feladat

Legyen az ABC hegyesszögű háromszög A -ból induló magasságvonalának talppontja T . Az AT szakasz mint átmérő fölé írt körnek az AB , illetve AC oldallal való, A -tól különböző metszéspontja legyen D , illetve E . Bizonyítsuk be, hogy az ABC háromszög köré írt körének középpontja az ADE háromszög A -ból induló magasságvonalának egyenesén van!

3. feladat

Az a és b befogójú derékszögű háromszög beírt körének sugara r . Ha az átfogóhoz tartozó súlyvonal a beírt körből r hosszúságú húrt metsz ki, akkor mekkora az $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ értéke?