Kiss Árpád Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Pedagógiai Központ

Bolyai János Matematikai Társulat

T

Arany Dániel Matematika Verseny 2002-2003.
Haladók, második forduló
III. kategória

1. feladat:

Határozzuk meg azokat a p, q, r és n számokat, amelyekre $p^n + q^2 = r^2$ teljesül, ahol p, q, r pozitív prímszám, n pedig pozitív egész szám.

2. feladat:

Az ABC egyenlő szárú derékszögű háromszög AB átfogója 2 egység hosszú. Az átfogó mely P pontjára igaz, hogy a

- a, $3PA + 6PB + 5PC$ összeg értéke minimális?
- b, $3PA + 6PB + 5PC$ összeg értéke maximális?

3. feladat:

Az $ABCD$ húrnégyszögben $AB < AD$.

Forgassuk el a húrnégyszöget az A csúcs körül úgy, hogy a kapott $AB'C'D'$ négyszög $B'C'$ oldalegyenesére illeszkedjen az eredeti négyszög C csúcsa.

Bizonyítsuk be, hogy ekkor a $B'D'$ átló egyenese átmegy a D csúcson!

4. feladat:

Egy táblára felírtuk a pozitív egész számokat növekvő sorrendben 1-től $3n$-ig. Jancsi a számok közül ezután n darabot letöröl (saját belátása szerint). Majd Juliska jön, és a megmaradt számok közül aláhúz n darabot. Bizonyítsuk be, hogy Juliska mindig el tudja érni azt, hogy az aláhúzott számok balról jobbra olvasva olyan sorozatot adjanak, amely páratlan számmal kezdődik és felváltva páros ill. páratlan elemei vannak.