

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2009/2010-es tanév

3. (döntő) forduló

haladók II. kategória

Feladatok

1. Egy derékszögű háromszög egyik oldalához hozzáírt körének sugara a háromszög egyik oldalának hosszával egyezik meg. Igazoljuk, hogy a háromszög valamelyik oldala a másik két oldal számtani közepe.

2. Az x, y, z valós számokra $x + y + z = 9$ és $x^2 + y^2 + z^2 = 33$ teljesül. Melyek azok az $(x; y; z)$ számhármak, amelyekre az yz szorzat értéke a lehető legnagyobb, illetve a lehető legkisebb?

3. Tekintsük az $y = x^2$ függvény grafikonját, és ezen vegyünk fel három rácspontot: A -t, B -t és C -t! (Rácspont: mindkét koordinátája egész.) Lehet-e az így meghatározott háromszög területe 2010?

Az eredményhirdetést 2010. május 21-én (pénteken) 14.00 órai kezdettel tartjuk az MTA Rényi Alfréd MKI Nagytermében (Budapest, V. ker., Reáltanoda u. 13–15.).