

**Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny**  
**2011/2012-es tanév**  
**2. forduló**  
**haladók II. kategória**

**Feladatok**

1. Mely  $x$  és  $y$  természetes számokra igaz, hogy  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{1000}$ ?
  
2. Legyen  $A = \underbrace{177 \dots 76}_{2k+1 \text{ db}}$  és  $B = \underbrace{355 \dots 52}_k \text{ db}$   $2k + 3$ , illetve  $k + 2$  jegyű természetes szám.  
Bizonyítsuk be, hogy  $\sqrt{A - B}$  is természetes szám, és határozzuk meg  $\sqrt{A - B}$  jegyeinek számát!
  
3. Az  $ABC$  háromszögben  $AC = 2AB$ . Az  $AB$  és  $AC$  oldalon vegyük fel az  $M$ , illetve  $N$  pontokat úgy, hogy az  $\frac{AB}{2} = AM = CN = \frac{AC}{4}$  összefüggés teljesüljön. Jelölje  $P$  az  $MN$  és  $Q$  a  $BC$  szakaszok felezőpontját,  $AD$  pedig a  $BAC$  szög szögfelezőjét, ahol  $D$  illeszkedik  $BC$ -re. Igazoljuk, hogy  $PQ : AD = 3 : 8$ !
  
4. Egy 90 cm kerületű háromszög oldalai cm-ben mérve egész szám hosszúak. Mekkora az oldalak, ha a háromszög egyik szöge egy másik szögének kétszerese?