

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2013/2014-es tanév

kezdők I–II. kategória II. forduló

kezdők III. kategória I. forduló

Feladatok

1. Oldja meg az alábbi egyenletet a racionális számok halmazán!

$$(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4) = (2x - 1) \cdot (2x - 2) \cdot (2x - 3) \cdot (2x - 4) \quad (6 \text{ pont})$$

2. Hány olyan pozitív egész szám van, amelynek szomszédjai prímszámok, és a szám nem osztható 6-tal? (6 pont)

3. Egy 3 házaspárból álló 6 fős társaság elhatározza, hogy úgy ünneplik meg a karácsonyt, hogy mindegyikük megajándékozza a társaság egy másik tagját. Ehhez mindenki felírja a nevét egy cédulára, a cédulákat beleteszik egy kalapba majd mindenki húz egy cédulát a kalapból. A kihúzóknak azt a személyt kell megajándékoznia, akinek a neve a kihúzott cédulán szerepel. A lehetséges esetek hányad részében fordul elő, hogy a 6 húzás során nem lesz olyan személy, aki önmagát vagy a házastársát húzza ki? (8 pont)

4. Az AD egységnyi hosszú szakasz mint átmérő fölé rajzolt félkörív egy pontja B , a BD ív egy további pontja C , és jelölje E a BD és AC szakaszok metszéspontját. Határozza meg az $AE \cdot AC + DB \cdot DE$ kifejezés pontos értékét! (10 pont)

5. Melyik a legnagyobb n természetes szám, amelyre $5^{(2^{2013})} - 1$ osztható 2^n -nel? (10 pont)