

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2016/2017-es tanév
2. forduló
Haladók II. kategória

Feladatok

1. Igazoljuk, hogy az $x!(x+4)! = y^2$ egyenletnek nincs megoldása, ha x és y pozitív egész számok!

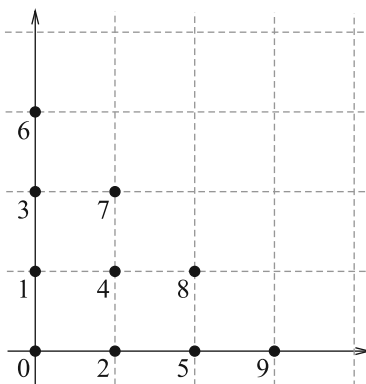
2. Egy kör AB átmérőjén úgy vesszük fel a C és D pontokat, hogy azok a kör középpontjától egyenlő távolságra legyenek. Bizonyítsuk be, hogy ha P a körvonal tetszőleges pontja, akkor a $CP^2 + DP^2$ állandó.

3. Legyen a , b és c egy háromszög három oldalának hossza. Bizonyítsuk be, hogy

$$3(ab + ac + bc) \leq (a + b + c)^2 < 4(ab + ac + bc).$$

Mikor áll fenn egyenlőség?

4. A derékszögű koordináta-rendszer I. negyedének rácspontjaiba az ábrán látható módon átlósan beírjuk az egymást követő természetes számokat. (A 0 az origóba kerül.)



a) Milyen koordinátájú pontban van a 2017?

b) Milyen szám szerepel a $P(54; 72)$ koordinátájú pontban?