

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2018/2019-es tanév
2. forduló
Haladók II. kategória

Feladatok

1. Határozzuk meg a $|36^n - 5^k|$ kifejezés legkisebb értékét, ahol n és k pozitív egész számok. **7 pont**
2. Tekintsünk egy legfeljebb kétjegyű pozitív egészekből álló 10-elemű halmazt. Bizonyítsuk be, hogy ennek mindig van két olyan, közös elemek nélküli nemüres részhalmaza, amelyekben az elemek összege egyenlő. (Ha egy halmazba egyetlen elem kerül, az összeg az elem maga.) **7 pont**
3. Az $ABCD$ négyszög csúcsai rajta vannak a k körön. A négyszög AC és BD átlója merőleges egymásra. A k kör középpontja O , az AB oldal felezőpontja F . Bizonyítsuk be, hogy $CD = 2 \cdot OF$. **7 pont**
4. A $[0; 12]$ intervallumban levő x, y valós számokra teljesül, hogy $xy = (12 - x)^2 \cdot (12 - y)^2$. Mekkora az xy szorzat legnagyobb értéke? **7 pont**