

## Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2019/2020-as tanév

### Haladók II. kategória, 2. forduló

#### Feladatok

1. Igazoljuk, hogy tetszőleges  $n \in \mathbb{N}^+$  szám esetén az  $\frac{n^4 + 4n^2 + 3}{n^4 + 6n^2 + 8}$  tört nem egyszerűsíthető. **7 pont**

2. Határozzuk meg a következő függvény szélsőértékeit az  $[1;6]$  intervallumon:

$$f: x \mapsto \frac{4x^2 + 100}{x} \quad \mathbf{7 \text{ pont}}$$

3. Adjuk meg az összes olyan legalább kételemű halmazt, amelynek elemei egész számok, és a halmaz elemeinek szorzata éppen annyi, mint ahány részhalmaza van a halmaznak! **7 pont**

4. Az  $ABC$  háromszögben  $\sphericalangle BCA = 90^\circ$ . A háromszög befogóira kifelé  $ACDE$  és  $BFGC$  négyzeteket rajzolunk. Bizonyítsuk be, hogy ha a háromszög átfogóhoz tartozó magasságának talppontja  $T$ , akkor az  $FDT$  háromszög derékszögű. **7 pont**