

## Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2020/2021-es tanév

### Haladók II. kategória 2. forduló

#### Feladatok

1. Az  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$  halmaznak hány olyan nemüres részhalmaza van, amelyben az elemek szorzata osztható az  $A$  halmaz minden elemével? **7 pont**

2. Legyen minden  $k$  pozitív egész szám esetén  $H_k$  azoknak a természetes számoknak a halmaza, amelyek  $(k + 1)$ -gyel osztva  $k$  maradékot adnak.

a) Ezek közül a halmazok közül hánynak eleme a 2021?

b) Van-e olyan természetes szám, ami az adott  $H_k$  halmazok közül pontosan 2021 darab halmaznak eleme? **7 pont**

3. Oldjuk meg a valós számok legbővebb részhalmazán.

$$\sqrt{\frac{5}{x+2} - 1} + \sqrt{\frac{5}{3-x} - 1} = \sqrt{\left(2 - \left|x - \frac{1}{2}\right|\right)^2} \quad \mathbf{7 \text{ pont}}$$

4. Az  $ABC$  derékszögű háromszög átfogója  $AB = 2$ , egyik hegyesszöge  $30^\circ$ . Mi azon  $P$  pontok halmaza a háromszögben és kerületén, amelyeket a befogókra tükrözve az  $AP_1P_2B$  négyszög trapéz lesz? Milyen értéket vehet fel e trapézok területe? **7 pont**