

## Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny

2020/2021-es tanév

### Haladók II. kategória 3. (döntő) forduló

#### Feladatok

1. Az  $ABCDE$  körbe írható ötszögben  $AB = BC = CD$ . Az  $AC$  és  $BE$  átlók a  $K$  pontban, az  $AD$  és  $CE$  átlók pedig az  $L$  pontban metszik egymást. Mutassuk meg, hogy  $AK = KL$ . **7 pont**

2. Melyek azok az  $x$  és  $y$  természetes számok, amelyek igazgá teszik az alábbi egyenletet:

$$x \cdot (y - 18) + 7 = x \cdot \sqrt{\frac{x+y}{3}} \quad \mathbf{7 \text{ pont}}$$

3. 2021 nemnegatív valós szám összege 1. Válasszunk ki közülük kettőt az összes lehetséges módon, a kétféle sorrend külön lehetőségnek számít. Képezzük a két szám szorzatának és összegének szorzatát, majd adjuk össze az így kapott szorzatokat. Mennyi ennek az összegnek a maximuma? **7 pont**